

PII: S0017-9310(97)00028-8

# Convection mixte défavorable et conjuguée dans un tube vertical

G. LAPLANTE et M. A. BERNIER†

École Polytechnique de Montréal, Département de génie mécanique, Case postale 6079, succursale "Centre-Ville", Montréal, Québec, Canada H3C 3A7

(Reçu 21 novembre 1995 et sous forme finale 22 décembre 1996)

**Abstract**—L'article présente les résultats d'une étude numérique sur la convection mixte laminaire pour le cas d'un écoulement descendant à l'intérieur d'une conduite circulaire et verticale dans laquelle la conduction dans la paroi est significative. Des résultats sont présentés pour l'eau ( $Pr = 5$ ) et pour deux valeurs du rapport  $Gr_q/Re^2$  (50 et 5000). Cette étude démontre qu'une importante quantité de chaleur fournie à la section chauffée est redistribuée en amont et en aval de celle-ci lorsque les valeurs de  $K$  (rapport des conductivités thermiques solide-fluide) et/ou  $\Delta$  (rapport entre l'épaisseur et le diamètre du tube) sont élevées. En certains cas les effets du chauffage sont ressentis jusqu'à une distance de 25 diamètres en amont de la section chauffée. De plus, les résultats indiquent que pour un rapport  $Gr/Re^2 = 5000$ , une cellule de recirculation s'étend en amont de la section chauffée. Cette cellule agit comme un isolant entre le fluide et la paroi de sorte que la chaleur se propage dans la paroi jusqu'au début de la cellule avant d'être transmise au fluide. © 1997 Elsevier Science Ltd.

## 1. INTRODUCTION

La convection mixte en conduite représente une section importante du champ d'étude qu'est le transfert de chaleur. Ses applications pratiques sont nombreuses et diversifiées : refroidissement d'urgence des réacteurs nucléaires [1], chauffe-eau à énergie solaire [2], échangeurs de chaleur à convection naturelle [3], thermosiphons [4]. La convection mixte est le résultat de la superposition d'un écoulement de convection forcée à un écoulement de convection naturelle dont la force motrice est la poussée d'Archimède. Lorsque les écoulements de convection forcée et de convection naturelle sont dans le même sens, on est en présence d'un écoulement de convection mixte favorable. Dans le cas contraire, on assiste à un écoulement de convection mixte défavorable.

Un grand nombre d'études antérieures portent sur la convection mixte favorable. Des revues détaillées des principales études sont présentées par Metais et Eckert [5], Kays et Perkins [6], Jackson *et al.* [7] et plus récemment par LaPlante [8]. Par contre, on retrouve relativement peu d'études sur la convection mixte défavorable en conduite. Penot et Dalbert [9] ont examiné numériquement le problème de convection mixte défavorable dans un canal plan vertical. Mori et Ohbuchi [10] ont réalisé une étude expérimentale pour un écoulement d'eau descendant dans un tube chauffé par un flux de chaleur constant. Ils ont trouvé que, pour de faibles flux, le transfert de chaleur est diminué par l'effet de la convection naturelle par rapport au cas de la convection forcée. Morton *et al.* [11]

ont mené une étude numérique/expérimentale portant sur des situations de convection mixte dans des tubes circulaires verticaux dont la paroi est maintenue à une température constante. En situation de convection mixte opposé, une zone de recirculation axisymétrique a été observée expérimentalement près de la paroi. Pour certains cas, la position de la cellule observée expérimentalement est située en amont de la position prédite numériquement. Cette différence dans les résultats a été attribuée par Morton *et al.* à la conduction axiale de la chaleur dans la paroi du tube qui cause un préchauffage du fluide avant son entrée dans la section de chauffage. Chang et Lin [12] ont examiné l'écoulement descendant en convection mixte dans un canal vertical soumis à un flux de chaleur uniforme sur une section de longueur  $L/D = 10$ . Pour un rapport  $Gr/Re^2$  modéré, un écoulement permanent est atteint avec la présence de cellules de recirculation près de la paroi. Wang *et al.* [13] ont mené une analyse numérique sur la convection mixte favorable et défavorable en conduites circulaires verticales et horizontales avec présence de renversements. Leurs résultats indiquent que les distorsions subies par le profil de vitesse augmentent avec  $Gr/Re$  mais diminuent considérablement quand  $Pe$  diminue pour un  $Gr/Re$  constant.

Dans les problèmes de convection, la conduction thermique dans la paroi, bien que souvent négligée dans les calculs, peut devenir significative. Le phénomène est alors appelé transfert de chaleur conjugué. La plupart des cas de convection conjuguée qui ont fait l'objet de recherches concernent la convection forcée. Barozzi et Pagliarini [14] ont observé une redistribution de la chaleur fournie au fluide accompagnée

† Auteur à qui la correspondance devrait être adressée.

## NOMENCLATURE

$a$	coefficient d'une équation gouvernante discrétisée	$r$	coordonnée radiale
$b$	terme constant d'une équation gouvernante discrétisée	$T$	température
$C_p$	chaleur massique à pression constante	$u$	composante axiale de la vitesse
$D$	diamètre interne du tube	$v$	composante radiale de la vitesse
$Gr$	nombre de Grashof	$V$	vitesse moyenne de l'écoulement
$Gr_q$	nombre de Grashof basé sur le flux de chaleur [ $g\beta qD^4/\nu^2k_f$ ]	$z$	coordonnée axiale.
$g$	accélération gravitationnelle (9.81 m s <sup>-1</sup> )	Symboles grecs	
$K$	rapport des conductivités thermiques solide-fluide	$\beta$	coefficient de dilatation thermique
$k_f$	conductivité thermique du fluide	$\delta$	épaisseur de la paroi du tube
$k_s$	conductivité thermique de la paroi du tube	$\Delta$	rapport de l'épaisseur au diamètre du tube ( $\delta/D$ )
$L_d$	longueur de la section de postchauffage	$\theta$	température adimensionnelle [ $(T - T_0)/qD/k_f$ ]
$L_h$	longueur de la section chauffée	$\nu$	viscosité cinématique
$L_u$	longueur de la section de préchauffage	$\rho$	masse volumique
$p, P$	pression, pression adimensionnelle	$\phi$	variable dépendante scalaire
$P$	noeud d'un volume de contrôle	$\psi$	fonction de courant.
$Pe$	nombre de Péclet ( $Pe = RePr$ )	Indices	
$Pr$	nombre de Prandtl [ $\mu C_p/k_f$ ]	$b$	moyenne de mélange
$q$	flux de chaleur uniforme appliqué sur la surface externe du tube	$N, S, E, W$	se rapporte aux noeuds voisins $N, S, E$ et $W$ d'un volume de contrôle
$q_i$	flux de chaleur transféré à l'interface solide-fluide	$0$	évalué à la température d'entrée du tube
$Q$	quantité de chaleur fournie au tube	$P$	se rapporte au noeud $P$ d'un volume de contrôle
$Q_a$	quantité de chaleur conduite axialement dans la paroi	$w$	paroi (interface solide-fluide).
$Re$	nombre de Reynolds [ $\rho VD/\mu$ ]	Exposant	
		$*$	valeur adimensionnelle.

d'une diminution du nombre de Nusselt causée par la conduction axiale de la chaleur dans la paroi. Bernier et Baliga [15, 16] ont étudié le problème de convection mixte conjuguée pour un écoulement vertical ascendant dans un tube soumis à un flux de chaleur uniforme sur la paroi externe. Leurs résultats numériques démontrent que les effets de la conduction axiale dans la paroi sont d'autant plus prononcés que  $K$  et  $\Delta$  sont élevés et que le nombre de Péclet est faible.

La présente étude numérique constitue un prolongement de ces deux dernières études. Le développement des couches limites thermique et hydrodynamique, en situation de convection mixte conjuguée, est étudié pour un écoulement descendant à l'intérieur d'un tube circulaire vertical chauffé.

## 2. ÉQUATIONS GOUVERNANTES ET CONDITIONS DE FRONTIÈRE

Le problème considéré consiste en l'étude du transfert de chaleur conjugué pour un écoulement vertical descendant à l'intérieur d'un tube chauffé par un flux

de chaleur constant et uniforme appliqué sur la paroi externe. Une représentation schématique de la géométrie considérée avec les conditions de frontière est présentée à la Fig. 1. On notera tout d'abord que l'origine du système d'axes est situé à l'entrée de la section chauffée sur l'axe de symétrie du tube. L'épaisseur de la paroi du tube est égale à  $\delta$ . Un flux de chaleur uniforme ( $q$ ) est appliqué à la surface externe du tube, sur la section chauffée. Des sections adiabatiques ont été rajoutées en amont et en aval de la section chauffée afin de permettre l'étude de la diffusion thermique axiale dans le fluide et la paroi.

Les équations gouvernantes de ce problème sont : l'équation de conservation de la masse, les équations de Navier-Stokes et l'équation de conservation de l'énergie. Vue la géométrie tubulaire du domaine, ces équations seront présentées en coordonnées cylindriques. De plus, étant donné la nature bidirectionnelle de la conduction dans la paroi, des équations elliptiques devront être résolues.

Plusieurs hypothèses ont été posées sur le système d'équations tel que décrit ci-haut. Ces hypothèses

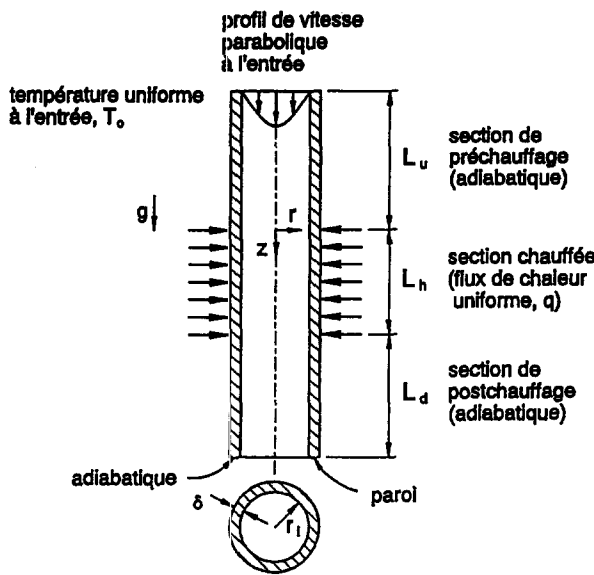


Fig. 1. Représentation schématique du cas de convection mixte étudié.

sont : (i) l'écoulement et le transfert de chaleur sont axisymétriques et bidimensionnels (aucune variation azimutale) ; (ii) l'écoulement est incompressible, laminaire et en régime permanent ; (iii) les propriétés thermophysiques du fluide ( $C_p$ ,  $\nu$ ,  $k_f$ ,  $\rho$  et  $\beta$ ) et du solide ( $k_s$ ) sont constantes et évaluées à la température du fluide à l'entrée du tube ; (iv) la densité varie linéairement avec la température dans le terme représentant la force gravifique de l'équation de quantité de mouvement selon l'axe  $z$  (approximation de Boussinesq). Ainsi,  $\rho$  est remplacé par l'expression  $\{\rho_0[1 - \beta(T - T_0)]\}$  dans cette dernière équation ; (v) le fluide pénètre dans la section de préchauffage avec une température uniforme et un profil de vitesse pleinement établi d'écoulement laminaire ; (vi) l'échange par rayonnement thermique est considéré négligeable.

Les équations gouvernantes ont été adimensionnalisées à l'aide des paramètres adimensionnels suivants :

$$u^* = \frac{u}{V} \quad v^* = \frac{v}{V} \quad r^* = \frac{r}{D} \quad z^* = \frac{z}{D} \quad (1a)$$

$$L_u^* = \frac{L_u}{D} \quad L_h^* = \frac{L_h}{D} \quad L_d^* = \frac{L_d}{D} \quad (1b)$$

$$\theta = \frac{T - T_0}{\frac{qD}{k_f}} \quad \text{et} \quad P = \frac{p + \rho_0 g z}{\rho_0 V^2} \quad (D = 2r_i) \quad (1c)$$

où  $V$  représente la vitesse moyenne du débit volumique de l'écoulement à l'entrée. Les équations gouvernantes sont donc :

Conservation de la masse

$$\frac{1}{r^*} \frac{\partial(r^* v^*)}{\partial r^*} + \frac{\partial u^*}{\partial z^*} = 0. \quad (2)$$

Conservation de la quantité de mouvement selon l'axe  $r$

$$v^* \frac{\partial v^*}{\partial r^*} + u^* \frac{\partial v^*}{\partial z^*} = - \frac{\partial P}{\partial r^*} + \frac{1}{Re} \left[ \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left[ r^* \frac{\partial v^*}{\partial r^*} \right] - \frac{v^*}{r^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial z^{*2}} \right]. \quad (3)$$

Conservation de la quantité de mouvement selon l'axe  $z$

$$v^* \frac{\partial u^*}{\partial r^*} + u^* \frac{\partial u^*}{\partial z^*} = - \frac{Gr_q \theta}{Re^2} - \frac{\partial P}{\partial z^*} + \frac{1}{Re} \left[ \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left[ r^* \frac{\partial u^*}{\partial r^*} \right] + \frac{\partial^2 u^*}{\partial z^{*2}} \right]. \quad (4)$$

Conservation de l'énergie dans le fluide

$$v^* \frac{\partial \theta}{\partial r^*} + u^* \frac{\partial \theta}{\partial z^*} = \frac{1}{Pe} \left[ \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left[ r^* \frac{\partial \theta}{\partial r^*} \right] + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^{*2}} \right]. \quad (5)$$

Conservation de l'énergie à l'intérieur de la paroi

$$K \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left[ r^* \frac{\partial \theta}{\partial r^*} \right] + K \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^{*2}} = 0. \quad (6)$$

Basé sur cette adimensionnalisation, les paramètres gouvernant le problème de convection mixte conjuguée sont :

$$Re = \frac{VD}{\nu} \quad (\text{Nombre de Reynolds}) \quad (7)$$

$$Gr_q = \frac{g\beta q D^4}{\nu^2 k_f} \quad (\text{Nombre de Grashof basé sur le flux de chaleur}) \quad (8)$$

$$Pe = Re \cdot Pr = \frac{\rho_0 V D C_p}{k_f} \quad (\text{Nombre de Péclet}) \quad (9)$$

$$K = \frac{k_s}{k_f} \quad (\text{Rapport des conductivités thermiques solide-fluide}) \quad (10)$$

$$\Delta = \frac{\delta}{D} \quad (\text{Rapport entre l'épaisseur et le diamètre du tube}). \quad (11)$$

Les trois premiers paramètres sont rencontrés dans tous les problèmes de convection mixte. Les deux autres sont spécifiques aux calculs du transfert de chaleur conjugué. En plus des paramètres déjà mentionnés, la solution du problème nécessite la spécification de la longueur de chacune des 3 sections du domaine :  $L_u/D$ ,  $L_h/D$ ,  $L_d/D$ .

Une étude complète de l'influence de chacun des

paramètres mentionnés précédemment mènerait à un très grand nombre de cas à analyser. Afin de présenter une quantité raisonnable de solutions tout en montrant l'essence de la physique du problème, certains paramètres ont été fixés. Ainsi, pour cette étude, le nombre de Grashof a été fixé à 5000. Deux vitesses d'écoulement ont été retenues, conduisant à des nombres de Reynolds de 1 et 10. Les rapports  $Gr_q/Re^2$  correspondants sont de 5000 et 50, respectivement. Un nombre de Prandtl de 5 a été choisi, ce qui représente un fluide dont les propriétés sont similaires à celles de l'eau. Il en résulte des nombres de Péclet de 5 et 50.

Les longueurs des trois sections du tube ont été déterminées à partir de simulations préliminaires. Une longueur de  $L_h/D = 10$  fut jugée adéquate car elle permet d'étudier le développement de l'écoulement tout en gardant la longueur du domaine de calcul à un niveau acceptable. Des longueurs de  $L_u/D = 50$  et 30 sont nécessaires pour  $Re = 1$  et 10, respectivement, à cause de l'étendue du préchauffage. Une longueur de  $L_q/D = 10$  est requise pour  $Re = 1$  et 10 afin que l'écoulement retourne à l'état pleinement développé à la sortie de façon à respecter les conditions de frontière.

Des résultats ont été obtenus pour quatre différentes valeurs de  $K$ : 0.5, 5, 50 et 500. Étant donné que la conductivité thermique de l'eau est d'environ 0.6 W/m·K, ces valeurs de  $K$  représentent dans l'ordre des tubes composés des matériaux suivants: plexiglass, acier inoxydable, laiton et cuivre. Enfin, des valeurs de 0.01, 0.05 et 0.25 ont été assignées à  $\Delta$  afin de couvrir la gamme d'épaisseur des tubes disponibles sur le marché.

### 3. MÉTHODOLOGIE NUMÉRIQUE

Les équations de base présentées ci-dessus sont non-linéaires et couplées. Ces équations ont été résolues numériquement en utilisant la méthode des volumes de contrôle de Patankar [17] et l'algorithme SIMPLEC de Van Doormal et Raithby [18]. Les détails de la méthodologie numérique sont donnés par LaPlante [8].

La discrétisation sous forme de maillage structuré suit la méthode de type B suggérée par Patankar [17]. Cette méthode permet la localisation des faces des volumes de contrôles aux bornes ainsi qu'aux discontinuités du domaine de calcul. De plus, les noeuds du maillage sont concentrés aux endroits de gradients élevés, c'est-à-dire radialement à l'interface solide-fluide et axialement à l'entrée et à la sortie de la section chauffée. L'équation algébrique résultante, pour un point  $P$  et une variable scalaire  $\phi$ , est donnée par :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \quad (12)$$

où les coefficients  $a_P$ ,  $a_E$ ,  $a_W$ ,  $a_N$ ,  $a_S$  ont été obtenus en utilisant un schéma d'interpolation hybride [17]. Des équations discrétisées de cette forme ont été produites

pour chaque variable dépendante  $u$ ,  $v$ ,  $p$ ,  $T$ . Les équations résultantes sont linéaires et ont été résolues par une méthode itérative ligne-par-ligne faisant intervenir l'algorithme TDMA. La convergence de la solution globale obtenue avec cette méthode a été considérée atteinte lorsque le changement relatif de  $u$  et  $T$  lors de deux itérations successives fut inférieur à  $10^{-4}$  pour chaque noeud du domaine. Le code numérique utilisé dans ce travail a été validé par comparaison avec des solutions existantes dans la littérature [19–22].

Afin d'assurer que la solution soit indépendante du maillage utilisé, une vérification a été menée pour les conditions suivantes:  $Re = 1$ ,  $\Delta = 0.05$  et  $K = 50$ . Ce cas a été retenu à cause de l'étendue de la redistribution du flux de chaleur. En partant d'un maillage assez grossier et en le raffinant, les résultats obtenus ont été comparés jusqu'à ce que le raffinement n'ait plus d'effet perceptible sur la solution. LaPlante [8] montre que l'indépendance du maillage est obtenue pour un maillage de  $135 \times 20$ . Dans la direction axiale, les 135 noeuds sont répartis comme suit: 80 dans la section amont, 30 dans la section chauffée, et 25 dans la section aval. Dans la direction radiale, on retrouve 16 noeuds dans le fluide et 4 dans le solide.

## 4. RÉSULTATS ET ANALYSE

### Introduction

Les résultats qui suivent sont présentés sous différentes formes. Ainsi, les distributions axiales de  $q_i/q$ ,  $\theta_w$ ,  $\theta_b$ , le profil  $u/V$  à différentes positions axiales, et les lignes de courant sont examinés.

Rappelons d'abord que la section chauffée est comprise entre  $z/D = 0$  et  $z/D = 10$ . En dépit du fait que les solutions soient obtenues pour un domaine de calcul s'étendant entre  $z/D = -50$  et  $z/D = 20$  pour les cas à faibles  $Re$ , les figures présentées ne couvrent que la partie du domaine située entre  $z/D = -30$  et  $z/D = 20$ , car la région en amont de celle-ci n'ajoute aucune pertinence aux résultats. De plus, dans la présentation des résultats, plusieurs cas extrêmes comme  $Re = 1$ ,  $\Delta = 0.25$ ,  $K = 500$  et  $Re = 10$ ,  $\Delta = 0.01$ ,  $K = 0.5$ , ont été omis à cause d'une trop longue section de préchauffage requise ou d'une conduction de chaleur négligeable dans la paroi.

Pour faciliter la compréhension, il est bon de souligner les phénomènes en présence dans un écoulement de convection mixte défavorable. La Fig. 2 montre schématiquement la situation. On remarque la présence d'une cellule de recirculation collée à la paroi. Cette cellule est engendrée par les forces ascendantes de convection naturelle le long de la paroi. Pour de faibles rapports  $Gr_q/Re^2$  cette cellule disparaît car les forces d'Archimède en présence sont insuffisantes pour vaincre les forces d'inertie. Pour un  $Pr$  donné, l'étendue de cette cellule sera donc fonction du rapport  $Gr_q/Re^2$  mais aussi de  $K$  et  $\Delta$ . En effet, lorsque la conduction pariétale est importante, on assiste à une

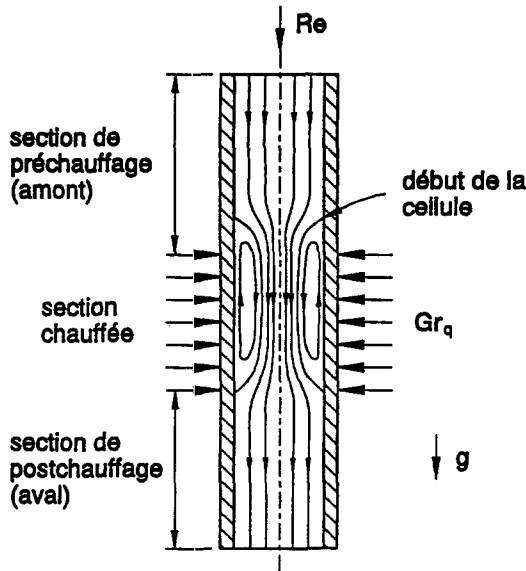


Fig. 2. Représentation schématique d'un écoulement de convection mixte défavorable typique avec présence d'une cellule de recirculation.

redistribution importante du flux de chaleur, ce qui influence la position du début de la cellule.

En se référant à la Fig. 2, la formation de la cellule de recirculation s'explique comme suit. À l'entrée du tube, on a un écoulement laminaire, isotherme, pleinement développé, avec un profil de vitesse parabolique et un profil de température uniforme. Au fur et à mesure que le fluide s'approche de la section chauffée, il subit une décélération locale près de la paroi compensée par une augmentation de la vitesse au centre du tube de façon à obéir à la loi de conservation de la masse. La décélération à la paroi est due à la poussée d'Archimède. En effet, à cause du chauffage, il s'établit un différentiel de densité à l'intérieur du tube. La densité du fluide situé près de la paroi diminue par rapport à celle de l'écoulement central. Cette variation de densité combinée avec le champ gravitationnel provoque une poussée d'Archimède vers le haut, sur le fluide situé près de la paroi. En s'approchant de la section chauffée, la force d'Archimède grandit graduellement par rapport aux forces visqueuses. À une position axiale donnée, le gradient de vitesse s'annule. C'est le début de la cellule de recirculation. Dans l'espace tridimensionnel, cette cellule prend une forme toroïdale et est collée à la paroi interne du tube. En se dirigeant vers l'aval de cette position, une zone de renversement apparaît dans le profil de vitesse. L'épaisseur de cette zone de renversement grandit avec l'augmentation de la grandeur des forces d'Archimède par rapport aux forces visqueuses. Ensuite, pour une section chauffée suffisamment longue, l'épaisseur prend une valeur constante sur une certaine distance. Ceci indique que les forces visqueuses, de pression et d'Archimède sont en équilibre et qu'un écoulement pleinement développé est atteint.

En continuant vers l'aval et en s'approchant de la

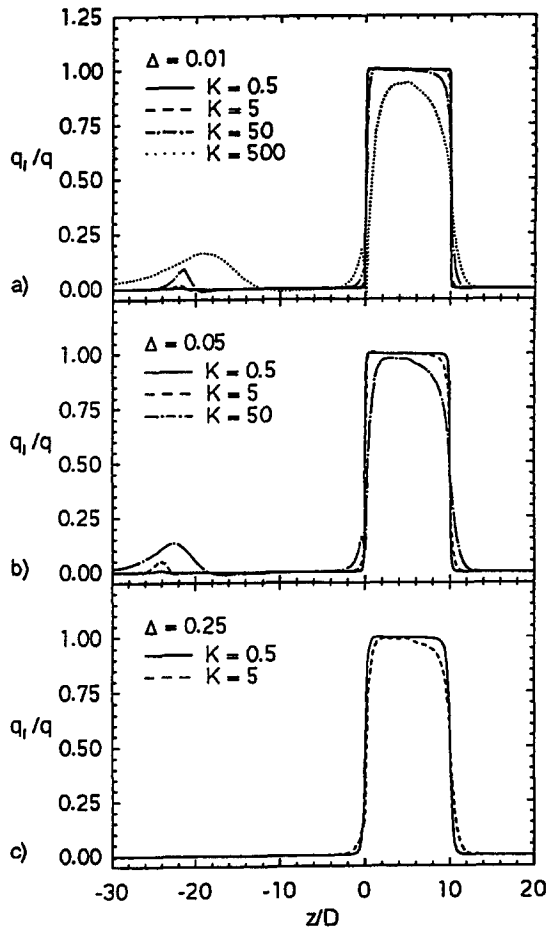


Fig. 3. Redistribution du flux de chaleur interfacial normalisé ( $q_i/q$ ) pour le cas  $Re = 1$ .

fin de la section chauffée, la zone de renversement s'amincit alors que les forces visqueuses prennent graduellement le dessus sur les forces d'Archimède. La zone de renversement finit par disparaître et un peu plus loin, en s'approchant de la sortie du tube, l'écoulement reprend son profil de vitesse parabolique et son profil de température uniforme.

*Flux de chaleur interfacial normalisé,  $q_i/q$*

La redistribution du flux de chaleur appliqué sur la surface externe de la paroi est montrée aux Figs. 3 et 4 pour  $Re = 1$  et  $10$ , respectivement. Le flux de chaleur interfacial normalisé,  $q_i/q$ , représente le quotient du flux transféré au fluide, normalisé par rapport à la surface externe, sur le flux imposé à la surface externe. Pour une conduction thermique axiale nulle dans la paroi,  $q_i/q$  égale 1 dans la section chauffée et 0 ailleurs. Lorsqu'il y a conduction pariétale, la courbe prend la forme d'une cloche qui s'étend de part et d'autre de la section chauffée.

On remarque sur ces deux dernières figures, ainsi que sur la Fig. 5, qu'il existe des discontinuités à l'extrémité de la section chauffée ( $z/D \approx 0$ ) dans les courbes montrant l'évolution de  $q_i/q$ . Ces anomalies sont dues à la variation brusque de la condition de

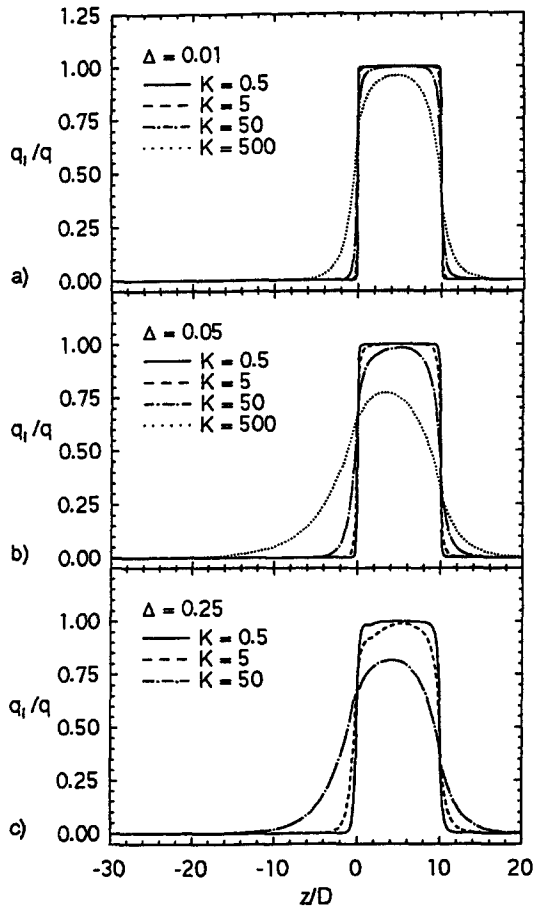


Fig. 4. Redistribution du flux de chaleur interfacial normalisé ( $q_i/q$ ) pour le cas  $Re = 10$ .

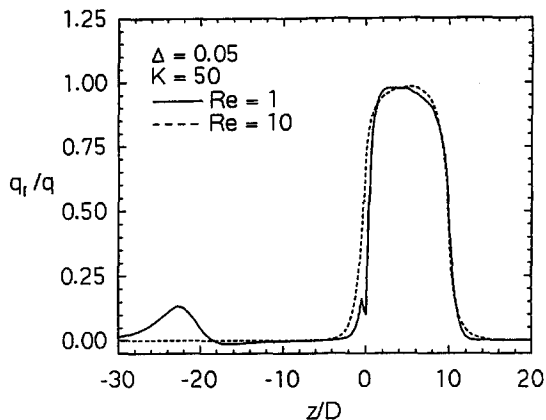


Fig. 5. Comparaison des valeurs de  $q_i/q$  entre les cas  $Re = 1$  et  $10$  pour  $\Delta = 0.05$  et  $K = 50$ .

frontière à cet endroit. Bien qu'un raffinement local du maillage tende à les amoindrir, elles n'ont pu être éliminées complètement. Pour cette raison et étant donné que la solution globale n'est en rien affectée, cette présence est tolérée dans la présentation des résultats.

Les Figs. 3 et 4 révèlent qu'une portion significative du flux imposé à la surface du tube est redistribuée

dans les sections adiabatiques situées en amont et en aval de la section chauffée. Il en résulte un rapport  $q_i/q$  inférieur à 1 dans la section chauffée et tendant vers 0 en s'éloignant de celle-ci. La cloche résultante montre une certaine asymétrie, particulièrement pour le cas où le nombre de Reynolds est faible. De plus, on observe un second maximum sur la courbe  $q_i/q = f(z/D)$  loin en amont de la section chauffée, dans la section de préchauffage. On remarque également que dans certains cas le rapport  $q_i/q$  devient négatif. Ces particularités sont examinées un peu plus loin.

Pour les deux  $Re$ , un élargissement de la redistribution du flux se produit lorsque  $K$  et/ou  $\Delta$  augmentent. Ce phénomène est attribuable au trajet attractif offert au flux par la paroi. En effet, quand  $K$  et/ou  $\Delta$  sont élevés, une quantité importante de la chaleur fournie au tube est conduite dans la paroi pour être relâchée hors de la section chauffée, où le fluide est plus froid. Lorsque  $K$  et/ou  $\Delta$  diminuent, le rapport  $q_i/q$  tend vers 1 dans la section chauffée et 0 ailleurs, indiquant que la conduction axiale pariétale devient négligeable quand  $K$  et/ou  $\Delta$  sont faibles.

L'asymétrie de la courbe  $q_i/q$  par rapport à la misection chauffée révèle qu'une plus grande partie de la chaleur fournie est redistribuée en amont qu'en aval de la section chauffée. Ceci s'explique par le fait qu'en amont, on retrouve du fluide relativement plus froid, ce qui favorise le transfert de chaleur.

La Fig. 5 établit une comparaison de la redistribution du flux entre les deux  $Re$ , pour  $\Delta = 0.05$  et  $K = 50$ . Au niveau de la section chauffée, on note une plus grande étendue de la redistribution du flux pour le cas à  $Re$  élevé. Ainsi  $q_i/q$  devient nul à  $z/D \approx -4$  et  $z/D \approx 14$  pour  $Re = 10$  alors que pour  $Re = 1$   $q_i/q$  devient nul à  $z/D \approx -2$  et  $z/D \approx 12$ . Ceci s'explique par le fait que, pour le cas à faible  $Re$ , une grande partie de la chaleur fournie est transmise plus loin en amont. De cette façon, la quantité de chaleur disponible près de l'entrée et de la sortie de la section chauffée est moindre que pour le cas à  $Re$  élevé.

Pour fins de comparaison, la Fig. 6 présente les rapports  $q_i/q$  pour trois types d'écoulement avec  $K = 50$  et  $\Delta = 0.05$ . Outre les résultats de convection mixte défavorable présentés précédemment, on y retrouve des écoulements de convection forcée qui représentent le cas où le rapport  $Gr_q/Re^2$  est négligeable et pour lesquels le profil de vitesse reste parabolique de l'entrée à la sortie. Les résultats pour l'écoulement de convection mixte favorable sont ceux obtenus par Bernier et Baliga [15]. L'écoulement de convection mixte favorable démontre sensiblement la même redistribution du flux de chaleur que l'écoulement de convection forcée, indépendamment du  $Re$ . Cependant, la redistribution est différente pour l'écoulement de convection mixte défavorable, surtout à faible  $Re$ . Ceci s'explique par la grande distorsion du profil de vitesse causée par l'effet de la convection naturelle pour ce cas. Pour  $Re = 10$ , les effets de la convection naturelle sont moindres et la redistribution

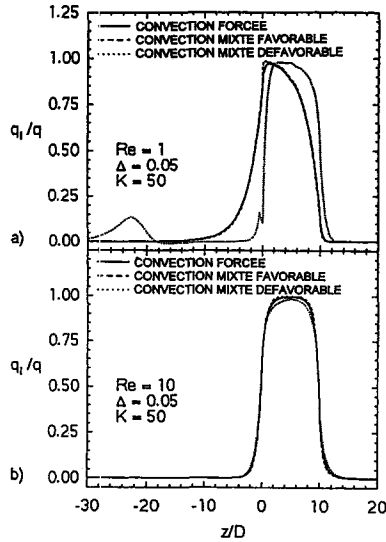


Fig. 6. Comparaison des valeurs de  $q_i/q$  pour trois types d'écoulements différents pour  $\Delta = 0.05$  et  $K = 50$ .

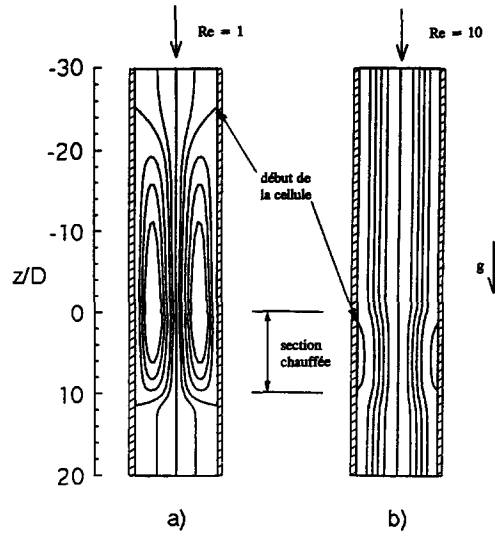


Fig. 7. Lignes de courant pour le cas  $\Delta = 0.05$  et  $K = 50$  : (a)  $Re = 1$  ; (b)  $Re = 10$ .

du flux pour l'écoulement descendant de convection mixte défavorable se rapproche grandement du cas de convection forcée.

En résumé, pour les cas étudiés, la conduction axiale dans la paroi s'avère importante, spécialement lorsque  $K$  et  $\Delta$  sont élevés et que  $Re$  est faible. De plus, la redistribution du flux est plus prononcée en amont qu'en aval de la section chauffée, surtout lorsque  $Re$  est faible.

*Observations sur le second maximum de  $q_i/q = f(z/D)$  pour  $Re = 1$*

Les Figs. 3 à 6 montrent clairement qu'il existe un second maximum dans la courbe de  $q_i/q$  pour de faibles  $Re$ . Cette particularité est, à notre connaissance, observée ici pour la première fois. Elle s'explique par le fait qu'une cellule de recirculation s'étend jusqu'à une certaine distance en amont de la section chauffée, tel que montré par les lignes de courant de la Fig. 7. Sur cette dernière figure, le domaine de solution est couvert de  $z/D = -30$  à  $z/D = 20$ . Une valeur arbitraire de 0 est attribuée à la ligne de courant située à la paroi solide. Les autres lignes de courant représentées sont  $\psi/\psi_{max} = -0.6, -0.4, -0.2, 0.1,$  et  $0.163$  pour  $Re = 1$  et  $\psi/\psi_{max} = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0$  pour  $Re = 10$ . Pour fins de clarté, l'échelle dans la direction de l'axe radial a été grossie de  $10 \times$ . Pour  $Re = 1$ , on observe que la cellule débute loin en amont pour se terminer quelque peu en aval de la section chauffée alors que pour le cas  $Re = 10$ , elle est confinée à l'intérieur de la section chauffée.

Pour le cas  $Re = 1$ , le fluide chaud circulant dans cette cellule rend le gradient de température radial,  $\partial T/\partial r$ , presque nul à la paroi. La cellule de recirculation agit donc comme un isolant et le flux de chaleur dans la paroi est redistribué un peu plus loin en amont dans la région du début de la cellule.

La Fig. 8(a) montre, pour le cas  $\Delta = 0.05, K = 50$  et  $Re = 1$ , la distribution axiale de la quantité de chaleur conduite axialement à l'intérieur de la paroi,  $Q_a(z)$ , normalisée par rapport à la quantité de chaleur totale fournie au tube ( $Q$ ). Une représentation schématisée des quantités de chaleur en question est illustrée sur la même figure. La quantité de chaleur  $Q_a(z)$  se dirigeant vers l'amont est considérée comme positive.

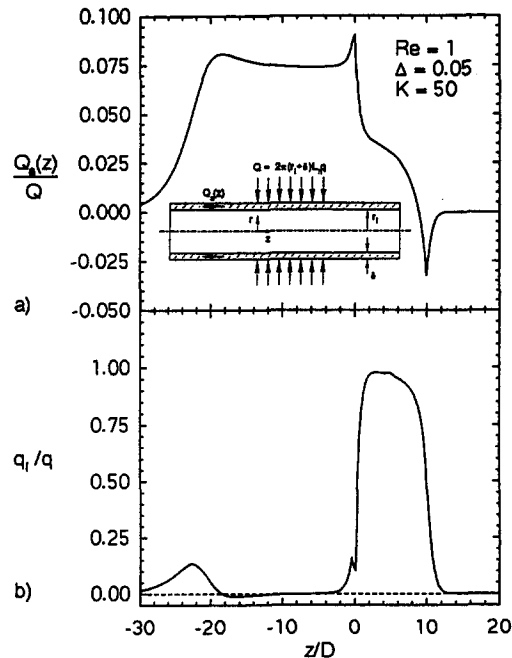


Fig. 8. (a) Quantité de chaleur normalisée conduite axialement à l'intérieur de la paroi pour le cas  $Re = 1, \Delta = 0.05$  et  $K = 50$ . La partie positive de la courbe représente la chaleur conduite en amont alors que la partie négative représente la chaleur conduite vers l'aval ; (b) distribution de  $q_i/q$  correspondant à la partie (a).

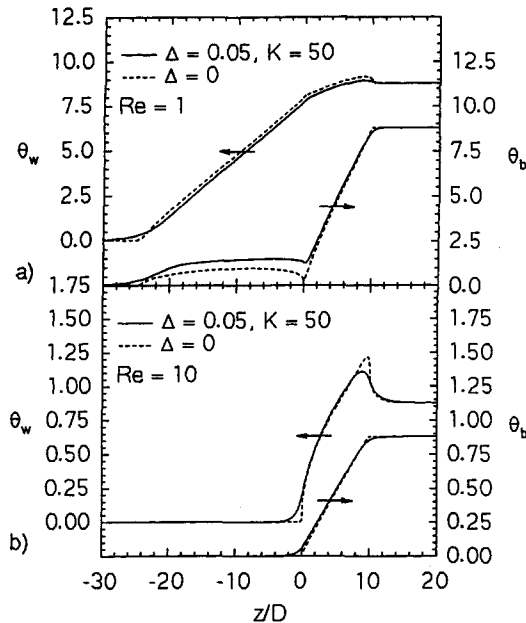


Fig. 9. Comparaison entre les distributions de  $\theta_w$  et  $\theta_b$  pour les cas  $\Delta = 0.05$  et  $K = 50$ , et  $\Delta = 0$ .

Pour fins de compréhension, la courbe  $q_i/q$  correspondante au cas de la Fig. 8(a) est reprise à la Fig. 8(b).

La courbe de la Fig. 8(a) indique que la quantité de chaleur maximale conduite axialement dans la paroi survient au début de la section chauffée ( $z/D = 0$ ) et équivaut à près de 10% de la quantité de chaleur totale fournie au tube. Le long de la partie de la cellule de recirculation située dans la section de préchauffage entre  $z/D \approx -4$  et  $z/D \approx -14$ , la valeur de  $Q_a(z)/Q$  est à peu près constante et égale à environ 0.075, tel que montrée à la Fig. 8(a). Comme indiqué par la Fig. 8(b), la valeur de  $q_i/q$  correspondante est très près de zéro, c'est-à-dire que pratiquement aucun échange de chaleur n'existe entre la paroi et le fluide à cet endroit; la cellule agit comme un isolant. Juste en aval du début de la cellule, entre  $z/D \approx -19$  et  $z/D \approx -14$ , la quantité de chaleur conduite montre une légère croissance. Cet accroissement coïncide avec un  $q_i/q < 0$ , ce qui signifie que de la chaleur est transmise du fluide "chaud", contenu dans la cellule, vers la paroi. En amont du début de la cellule ( $z/D \leq -19$ ) la valeur de  $Q_a(z)/Q$  décroît et la valeur de  $q_i/q$  augmente pour atteindre un maximum d'environ 0.015 à  $z/D \approx -22$ . La chaleur qui avait été transmise dans la paroi est donc relâchée dans cette région causant ainsi l'accroissement de  $q_i/q$ .

#### Distributions axiales des températures de paroi $\theta_w$ et de mélange $\theta_b$

La Fig. 9 compare les distributions axiales de  $\theta_w$  et  $\theta_b$  du cas où  $\Delta = 0.05$  et  $K = 50$  avec le cas où la paroi est d'épaisseur négligeable ( $\Delta = 0$ ) pour  $Re = 1$  et 10. Sur ces figures, l'échelle de gauche indique les valeurs de  $\theta_w$ , et celle de droite,  $\theta_b$ . Les flèches horizontales

pointent l'axe sur lequel les lectures doivent être prises. Il est à remarquer que les échelles de la Fig. 9(a) sont approximativement 10 fois plus grandes que celles de la Fig. 9(b) parce que, pour le même flux de chaleur fourni, l'élévation de température pour  $Re = 1$  est d'environ 10 fois supérieure au cas de  $Re = 10$ .

Sur la Fig. 9(a) et (b) les valeurs de  $\theta_w$  et  $\theta_b$  sont supérieures à 0 à l'entrée de la section chauffée, indiquant qu'il y a préchauffage de l'écoulement causé par la conduction thermique pariétale. Peu après la sortie de la section chauffée,  $\theta_w$  et  $\theta_b$  tendent vers une même valeur car, comme il a été vu auparavant,  $q_i/q$  tend rapidement vers 0 à cet endroit.

La courbe de  $\theta_b$  montre un comportement étrange pour  $Re = 1$ . En effet, en se déplaçant de l'entrée de la section de préchauffage vers la section de chauffage on remarque une diminution de  $\theta_b$  près de  $z/D = 0$ . Ceci s'explique par la définition même de la température moyenne de mélange qui est donnée par l'expression :

$$\theta_b = \frac{\int_0^{r_i} u \theta r dr}{\int_0^{r_i} u r dr} \quad (13)$$

Étant donné que, près de la paroi, l'écoulement se dirige vers l'amont, le terme de vitesse de l'équation de  $\theta_b$  porte un signe négatif. Alors, comme cette vitesse négative grandit en s'approchant de l'entrée de la section chauffée et qu'elle se situe près de la paroi où  $r$  est grand, son effet sur  $\theta_b$  supasse celui de la portion positive de l'écoulement et provoque la diminution observée.

#### Profil de vitesse

Dans cette section, la distorsion du profil de vitesse est examinée en présentant les variations axiales du profil de vitesse pour le cas  $K = 50$  et  $\Delta = 0.05$ . La Fig. 10 présente le profil de vitesse axiale, normalisé par rapport à la vitesse  $V$ , en fonction du rapport  $r/D$ . Il est à remarquer que l'échelle est approximativement 10 fois plus grande dans le cas de  $Re = 1$  que dans le cas de  $Re = 10$ . Cinq positions axiales sont représentées: l'entrée du tube ( $z/D = -50$  ou  $-30$ ), le début de la section chauffée ( $z/D = 0$ ), la mi-section chauffée ( $z/D = 5$ ), la fin de la section chauffée ( $z/D = 10$ ) et, finalement, la sortie du tube ( $z/D = 20$ ). On note l'évolution du profil parabolique vers le développement d'un renversement et, enfin, le retour au profil parabolique.

La distorsion subie par le profil de vitesse est beaucoup plus grande pour  $Re = 1$  que pour  $Re = 10$ . Le rapport  $u/V$  au centre du tube atteint même une valeur de près de 50 à la position axiale  $z/D = 0$  pour  $Re = 1$ . Cette grande distorsion est due aux effets prononcés de la convection naturelle dans ce cas, ce qui engendre un écoulement ascendant important à la paroi.



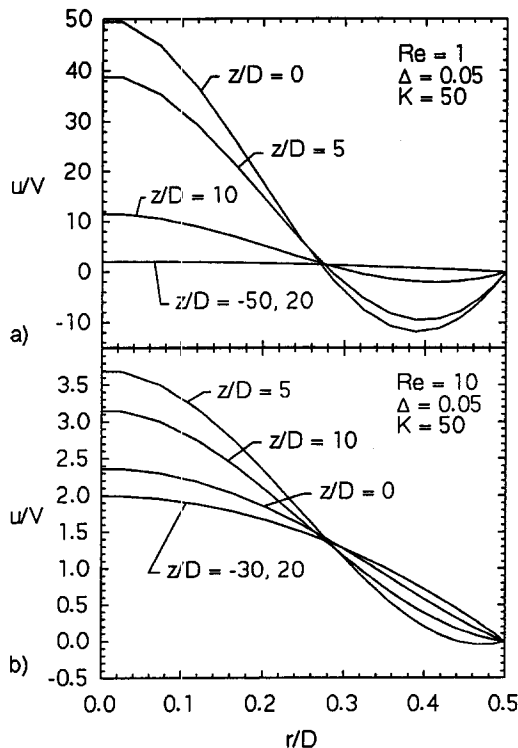


Fig. 10. Profils de vitesse à différentes positions axiales pour le cas  $\Delta = 0.05$  et  $K = 50$ .

L'évolution du profil de vitesse pour  $Re = 1$  peut être observé aux Figs. 10(a) et 7(a). L'écoulement pénètre la section d'entrée dans laquelle débute le calcul avec un profil parabolique pleinement développé. À  $z/D = 0$ , le profil a atteint sa distorsion maximale et montre un fort renversement. Le fort renversement à cet endroit explique la diminution de  $\theta_b$  sur la Fig. 9. À  $z/D = 5$ , la distorsion est plus faible et elle est encore moindre à  $z/D = 10$ , même si un renversement est encore présent à cet endroit. Finalement, à  $z/D = 20$ , le profil a complètement repris sa forme parabolique.

Les Figs. 10(b) et 7(b) sont consacrées au cas  $Re = 10$ . Le fluide entre dans le tube avec un profil pleinement développé. À  $z/D = 0$ , le profil a déjà subi une distorsion, mais aucune zone de renversement n'est encore apparue. À  $z/D = 5$  on observe, comme l'indiquent les lignes de courant, un profil pleinement développé et un faible renversement à la paroi. À  $z/D = 10$ , la zone de renversement a disparu et à  $z/D = 20$ , le profil a repris sa forme parabolique.

## 5. CONCLUSION

Aucune étude présentant des résultats de convection mixte défavorable et conjuguée dans un tube vertical n'existe dans la littérature. Le but de cette étude était de combler ce manque. Cette étude a démontré qu'une importante quantité de chaleur fournie à la section chauffée est redistribuée en amont et en aval de celle-ci. L'étendue de cette redistribution

augmente avec  $K$  et/ou  $\Delta$ . En certains cas, la chaleur transmise dans la paroi peut se propager jusqu'à 25 diamètres en amont de la section chauffée. Les résultats ont également démontré que lorsqu'une cellule de recirculation est présente et s'étend dans la section de préchauffage, cette cellule agit comme un isolant dans la section de préchauffage et la chaleur transmise dans la paroi se propage jusque dans la région du début de la cellule avant d'être transmise au fluide.

*Remerciements*—Les auteurs remercient le Conseil de Recherches en Sciences Naturelles et en Génie du Canada pour avoir financé cette étude.

## BIBLIOGRAPHIE

- Zvirin, Y., A review of natural circulation loops in pressurized water reactors and other systems. *Nuclear Engineering and Design*, 1981, **67**, 203–225.
- Tabor, H., Some thoughts on water heaters for rural areas. *Sunworld*, 1984, **8**(2), 44–46.
- Parent, M. G., Van der Meer, Th. H. et Hollands, K. G. T., Natural convection heat exchangers in solar water heating systems: theory and experiment. *Solar Energy*, 1990, **45**(1), 43–52.
- Bernier, M. A. et Baliga, B. R., A 1-D/2-D model and experimental results for a closed-loop thermosiphon with vertical heat transfer sections. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1992, **35**(11), 2969–2982.
- Metais, B. et Eckert, E. R. G., Forced, mixed and free convection regimes. *ASME Journal of Heat Transfer*, 1964, **86**, 295–296.
- Kays, W. M. et Perkins, H. C., Forced convection, internal flow in ducts. de *Handbook of Heat Transfer—section 7*, édité par W. M. Rohsenow et J. P. Hartnett. McGraw-Hill, New York, 1973.
- Jackson, J. D., Cotton, M. A. et Axcell, B. P., Studies of mixed convection in vertical tubes. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 1989, **10**(1), 2–15.
- LaPlante, G., Études numériques sur la convection mixte dans des conduites verticales. M.Sc.A., École Polytechnique de Montréal, 1995.
- Penot, F. et Dalbert, A. M., Convection naturelle mixte et forcée dans un thermosiphon vertical chauffé à flux constant. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1983, **26**(11), 1639–1647.
- Mori, Y. and Ohbuchi, M., A fundamental study of flow and heat transfer performances of downward water flow at low Reynolds numbers in a vertical heated straight tube. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1989, **32**(7), 1231–1238.
- Morton, B. R., Ingham, D. B., Keen, D. J. et Heggs, P. J., Recirculating combined convection in laminar pipe flow. *ASME Journal of Heat Transfer*, 1989, **111**, 106–113.
- Chang, T. S. et Lin, T. F., Steady and oscillatory opposing mixed convection in a symmetric heated vertical channel with a low-Prandtl number fluid. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1993, **36**(15), 3783–3795.
- Wang, M., Tsuji, T. et Nagano, Y., Mixed convection with flow reversal in the thermal entrance region of horizontal and vertical pipes. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1994, **37**(15), 2305–2319.
- Barozzi, G. S. and Pagliarini, G., A method to solve conjugate heat transfer problems: the case of fully developed laminar flow in a pipe. *ASME Journal of Heat Transfer*, 1985, **107**, 77–83.
- Bernier, M. A. et Baliga, B. R., Conjugate conduction and laminar mixed convection in vertical pipes for

- upward flow and uniform wall heat flux. *Numerical Heat Transfer, Part A*, 1992, **21**, 313–332.
16. Bernier, M. A. et Baliga, B. R., Visualization of mixed convection flows in vertical pipes using a thin semi-transparent gold-film heater and dye injection. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 1992, **13**(3), 241–249.
  17. Patankar, S. V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. Hemisphere, New York, 1980.
  18. Van Doormaal, J. P. et Raithby, G. D., Enhancements of the SIMPLE method for predicting incompressible fluid flows. *Numerical Heat Transfer*, 1984, **7**, 147–163.
  19. Hallman, T. H., Combined forced and free convection in a vertical tube. Ph.D. thesis, Purdue University, West Lafayette, IN, 1958.
  20. Macagno, E. O. et Hung, T., Computational and experimental study of a captive annular eddy. *Journal of Fluid Mechanics*, 1967, **28**(partie 1), 43–64.
  21. Marner, W. J. et McMillan, H. K., Combined free and forced laminar convection in a vertical tube with constant wall temperature. *ASME Journal of Heat Transfer*, 1970, **92**, 559–562.
  22. Fithen, R. M. et Anand, N. K., Finite-element analysis of conjugate heat transfer in axisymmetric pipe flows. *Numer. Heat Transfer*, 1988, **13**, 189–203.

#### OPPOSING MIXED CONVECTION IN VERTICAL PIPES WITH WALL HEAT CONDUCTION

**Abstract**—This paper presents the results of a numerical study aimed at quantifying the effects of wall conduction on laminar mixed convection in vertical pipes for a downward flow and a uniform wall heat flux boundary condition. Results are presented for water ( $Pr = 5$ ) and two values of the ratio  $Gr_q/Re^2$  (50 and 5000). Results indicate that a significant amount of heat is redistributed upstream of the heated section when the solid-to-fluid thermal conductivity and/or the wall thickness-to-pipe diameter ratios are high. Furthermore, for  $Gr_q/Re^2 = 5000$ , a recirculation cell is established near the wall. This cell extends approximately 25 diameters upstream of the heated section. Over this distance, the cell acts as an insulator and, consequently, heat is transferred longitudinally in the wall up to the start of the cell where it is released in the fluid. © 1997 Elsevier Science Ltd.